

## 7-8-sinflar uchun "Qo'qon olimpiadasi" ning universitet bosqichi uchun test savollarining yechimlari

1. Uchta mushuk, uch kunda uchta sichqon ovlaydi. U holda 6 ta mushuk, 8 kunda nechta sichqon ovlaydi?  
A)3ta B)6ta C)12ta D)16ta E)48ta

Yechim: Bu masalani quyidagi jadval asosida tushuntirib ishlash mumkin:

Mushuklar soni	Kunlar	Ovlangan sichqonlar
3	3	3
3	1	1
1	1	$\frac{1}{3}$
6	1	$\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$
6	8	16

Demak, 6 ta mushuk sakkiz kunda 16 ta sichqon ovlaydi.

**Javob: D)16ta**

2. Men uydan maktabga 30 minutda boraman. Mening ukam esa 40 minutda boradi. Agar ukam mendan 5 minut oldin ketgan bo'lsa, uni qancha vaqtda quvib yetaman?  
A)12 B)15 C)18 D)20 E)22

Yechim: Uydan maktabgacha jami yo'lining uzunligini  $s$  deb belgilaylik. U holda birinchi odamning tezligi  $v_1 = \frac{s}{30}$  va ukasining tezligi  $v_2 = \frac{s}{40}$  bo'ladi. Ukasi undan 5 minut oldin chiqqani uchun oralaridagi masofa  $\frac{s}{40} \cdot 5 = \frac{s}{8}$  ga teng bo'ladi. Bu masofani bosib o'tish uchun akasiga  $t$  vaqt ketadi desak,

$$\frac{s}{8} = \left( \frac{s}{30} - \frac{s}{40} \right) \cdot t$$

tenglik o'rinli bo'ladi. Bundan  $t = \frac{s}{8} : \frac{s}{120} = 15$  kelib chiqadi. Demak, ukasini quvib yetishi uchun 15 minut ketar ekan.

**Javob: B)15**

3. 6 xonali  $2ABCDE$  soni 3 ga ko'paytiriladi va 6 xonali  $ABCDE2$  son kelib chiqadi. Ushbu son raqamlari yig'indisi nechiga teng?  
A)18 B)27 C)20 D)32 E)37

Yechim: Bu masalani quyidagi sxema asosida ishlaymiz:

$$\begin{array}{r} 2 \ A \ B \ C \ D \ E \\ \hline 3 \\ \hline A \ B \ C \ D \ E \ 2 \end{array}$$

Bu yerda  $E \cdot 3$  ko'paytaning oxirgi raqami 2 bo'lishi uchun,  $E = 4$  bo'lishi kerak.  $D \cdot 3$  ko'paytmaning oxirgi raqami 4 bo'lishi uchun esa bir yoddagini hisobga olib,  $D = 1$  bo'lishi kerak. Bu mulohazalarni davom ettirib

$$\begin{array}{r} 2 \ 8 \ 5 \ 7 \ 1 \ 4 \\ \hline 3 \\ \hline 8 \ 5 \ 7 \ 1 \ 4 \ 2 \end{array}$$

hosil qilamiz. Demak,  $8+5+7+1+4+2=27$

**Javob: B)27**

4. Kichik bir quti shokolad 100 dollar turadi. Shokolad qutilarining har birida kupon bor. Uchta kupon bilan siz qo'shimcha shokolad qutisini bepul olishingiz mumkin. 1500 dollarga qancha quti olishingiz mumkin?  
A)15 B)18 C)21 D)22 E)20

Yechim: Har bir shokolad qutisi 100 dollar bo'lgani uchun 1500 dollarga jami 15 quti shokolad oladi. Bu degani 15 ta kupon va qo'shimcha 5 ta quti shokolad oladi. Bu qo'shimcha shokolad ichida yana 5 ta kupon chiqadi degani. Bu 5ta kuponning 3 tasidan yana 1 quti shokolad olinadadi. Bu shokoladdan ham 1 ta kupon chiqib, avvalgi 2 tasi bilan 1 ta shokolad qo'shiladi. Jami  $15+5+1+1=22$  quti shokolad olish mumkin.

**Javob: D)22**

5. Agar  $x, y, z$  musbat sonlar  $xy = 14$ ,  $yz = 10$  va  $xz = 35$  tengliklarni qanoatlantirsa,  $x + y + z = ?$   
A)10 B)12 C)14 D)16 E)19

Yechim:  $xy = 14$ ,  $yz = 10$  tengliklardan  $\frac{x}{z} = 1,4$  kelib chiqadi. Bundan,  $x = 1,4z$  va  $xz = 35$  tenglikni hisobga olib  $1,4z^2 = 35$  ifodaga ega bo'lamiz. Bu esa  $z = 5$ ,  $x = 7$  va  $y = 2$  ekanligini anglatadi. Demak,  $x + y + z = 14$ .

**Javob: C)14**

6. Avtomobil shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani 80 km/soat tezlik bilan bosib o'tdi. Orqaga qaytishda u masofaning 75 % ini avvalgi tezlik bilan, qolgan yo'lni esa 60 km/soat tezlik bilan bosib o'tdi va shuning uchun ham qaytishda yo'lga shahardan qishloqqa borishdagiga qaraganda 10 minut ortiq vaqt sarf qildi. Shahardan qishloqqacha bo'lgan masofani toping.  
A)120km B)140km C)160km D)180km E)200km

Yechim: Aytaylik shahar va qishloq orasidagi masofa  $s$  bo'lsin. U holda shahardan qishloqqa boorish uchun  $\frac{s}{80}$  soat vaqt sarflaydi. Orqaga qaytish uchun esa jami  $\frac{3s}{4 \cdot 80} + \frac{s}{4 \cdot 60}$  soat vaqt sarflaydi. Bu vaqtlarnin farqi 10 minut yoki  $\frac{1}{6}$  soat bo'lgani uchun quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$\frac{s}{80} + \frac{1}{6} = \frac{3s}{4 \cdot 80} + \frac{s}{4 \cdot 60}$$

Bu tenglamani yechib,  $s = 160km$  ga ega bo'lamiz.

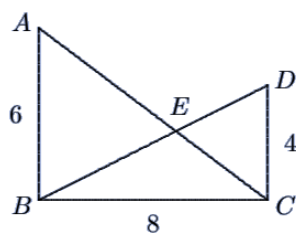
**Javob: C)160km**

7. Uchburchakning ichki burchaklari  $x, y$  va  $z$  bunda  $x \leq y \leq z$ . Agar burchaklarning barchasi 20 ga karrali bo'lsa, nechta turli  $(x, y, z)$  uchliklar bor?  
A)6 B)7 C)9 D)27 E)29

Yechim: Uchburchak ichki burchaklari yig'indisi  $180^\circ$  ga teng bo'lgani va  $x \leq y \leq z$  munosabatni hisobga olib quyidagi burchaklar uchligini hosil qilishimiz mumkin:  $(20^\circ, 20^\circ, 140^\circ)$ ,  $(20^\circ, 40^\circ, 120^\circ)$ ,  $(20^\circ, 60^\circ, 100^\circ)$ ,  $(20^\circ, 80^\circ, 80^\circ)$ ,  $(40^\circ, 40^\circ, 100^\circ)$ ,  $(40^\circ, 60^\circ, 80^\circ)$ ,  $(60^\circ, 60^\circ, 60^\circ)$ .

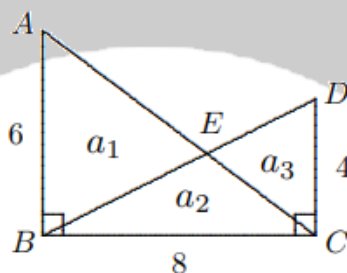
**Javob: B)7**

8. Quyidagi rasmda  $\triangle ABC$  va  $\triangle BCD$  to'g'ri burchaklar,  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $CD = 4$ .  $\triangle ABE$  va  $\triangle EDC$  yuzalari farqini toping.



- A)5 B)8 C)10 D)12 E)13

Yechim: Aytaylik  $a_1$  son  $\triangle ABE$  uchburchakning,  $a_2$  son  $\triangle BEC$  uchburchakning va  $a_3$  son  $\triangle EDC$  uchburchakning yuzalari bo'lsin.



U holda  $\triangle ABC$  uchburchakning yuzi  $a_1 + a_2$  ga, qolaversa berilgan ma'lumotlarga ko'ra  $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$  ga teng. Huddi shu kabi  $\triangle BCD$  uchburchakning yuzi  $a_2 + a_3$  ga, qolaversa berilgan ma'lumotlarga ko'ra  $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16$  ga teng. Demak,  $a_1 + a_2 = 24$  va  $a_2 + a_3 = 16$  ekan. Bundan,  $a_1 - a_3 = (a_1 + a_2) - (a_2 + a_3) = 24 - 16 = 8$ .

**Javob: B)8**

9. "O'tkir zexnlilar" maktabida 100 nafar talaba tahsil olmoqda, ularning 99 foizini qizlar tashkil etadi. Maktabning bir qancha talabalari yotoqxonada turadi. Yotoqxonada yashovchi talabalarning 98 foizini ayollar tashkil qiladi. Talabalarning qanchasi yotoqxonada turmaydi?  
A)1 B)2 C)49 D)50 E)98

Yechim: 100 nafar talabaning 99 foizi qizlar bo'lsa bu maktabda 99ta qiz bola va 1 ta o'g'il bola tahsil olar ekan. Yotoqxonadagilarning 100 foizi qizlar bo'lmagani uchun, boyagi bitta o'g'il bola yotoqxonada turadi va berilgan ma'lumotlarga ko'ra bu bola yotoqxonadagilarning 2 foizini tashkil etadi. Demak, yotoqxonada jami 50 ta talaba istiqomat qiladi. Qolgan 50 tasi yotoqxonada turmaydi.

**Javob: D)50**

10. Kenguruda tushlikka ikkita novda bor edi. Har bir novdada 10 tadan barglar bor. Kenguru bitta novdadan bir nechta barglarni yedi. Keyin, u birinchi novdada qancha barg qolgan bo'lsa, ikkinchi novdadan shuncha bargni yedi. Ikkita novdada jami qancha barg qoldi?  
A)5 B)6 C)8 D)10 E)15

Yechim: Aytaylik birinchi novdadan kenguru  $a$  ta barg yesin, u holda birinchi novdada  $10-a$  ta barg qoladi. Shartga ko'ra u ikkinchi novdadan  $10-a$  ta barg yedi, u holda ikkinchi novdada  $10-(10-a)=a$  ta barg qoladi. Demak, ikkala novdada jami  $10-a+a=10$  ta barg qoladi.

**Javob: D)10**

11. 00:00 dan 23:59 gacha elektron soat quyidagi to'rtta raqamni, ya'ni 2, 0, 1, 2 ni istalgan tartibda necha marta ko'rsatadi?  
A)2 B)10 C)12 D)14 E)6

Yechim: Bu masalaning yechimini topishda bevosita soat vaqtlarini o'sib borish tartibida yozib chiqamiz: 01:22, 02:12, 02:21, 10:22, 12:02, 12:20, 20:12, 20:21, 21:02, 21:20, 22:01, 22:10.

**Javob: C)12**

12. Agar  $x^2 + 2x + 5$  ko'phad  $x^4 + ax^2 + b$  ko'phadning ko'paytuvchisi bo'lsa,  $a + b$  ifodaning qiymatini toping.  
A)7 B)-12 C)31 D)-21 E)25

Yechim: Aytaylik,  $x^4 + ax^2 + b = (x^2 + 2x + 5)(x^2 + cx + d)$  bo'lsin.

$$(x^2 + 2x + 5)(x^2 + cx + d) =$$

$$= x^4 + (2 + c)x^3 + (2c + d + 5)x^2 + (5c + 2d)x + 5d$$

Bundan,  $2 + c = 0$ ,  $2c + d + 5 = a$ ,  $5c + 2d = 0$ ,  $5d = b$  tengmalar xosil bo'ladi. Bularni ishlab  $c = -2$ ,  $d = 5$ ,  $a = 6$ ,  $b = 25$ . Demak,  $a + b = 31$ .

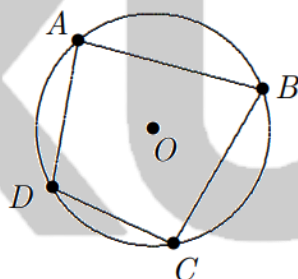
**Javob: C)31**

13. 1 dan 1000 gacha bo'lgan nechta sonning yozuvida 1 raqami mavjud emas?  
 A)728 B)648 C)720 D)512 E)800

Yechim: 1 dan 1000 gacha bo'lgan  $n$  soni bir, ikki yoki uchta raqamga ega bo'lishi mumkin. Agar  $n$  bitta raqamga ega bo'lsa, u 2, 3,4, ... yoki 9 bo'lishi mumkin. Hammasi bo'lib 8 ta imkoniyat mavjud. Agar  $n$  ikkita raqamga ega bo'lsa, u  $ab$  ko'rinishiga ega bo'ladi, bu erda  $a \in \{2, 3, 4, \dots, 9\}$  va  $b \in \{0, 2, 3, 4, \dots, 9\}$  bo'lib,  $a$  uchun 8 ta,  $b$  uchun 9 ta imkoniyat mavjud. U holda  $ab$  uchun  $8 \times 9 = 72$  ta imkoniyat mavjud. Agar  $n$  uchta raqamga ega bo'lsa, u  $abc$  ko'rinishiga ega bo'ladi, bu erda  $a \in \{2, 3, 4, \dots, 9\}$ ,  $b \in \{0, 2, 3, 4, \dots, 9\}$  va  $c \in \{0, 2, 3, 4, \dots, 9\}$  bo'lib,  $a$  uchun 8 ta,  $b$  va  $c$  uchun esa 9 ta imkoniyat mavjud. Keyin  $abc$  uchun  $8 \times 9 \times 9 = 648$  ta imkoniyat mavjud. Har uch holatni hisobga olsak, 1 dan 1000 gacha bo'lgan  $8 + 72 + 648 = 728$  ta raqam mavjud bo'lib, ularda 1 raqami mavjud emas.

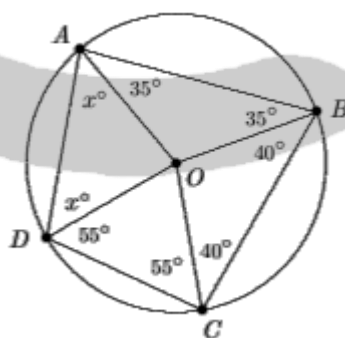
**Javob: A)728**

14. Quyidagi shaklda  $ABCD$  ixtiyor to'rtburchak aylanaga ichki chizilgan.  $\angle OAB = 35^\circ$ ,  $\angle OBC = 40^\circ$  va  $\angle OCD = 55^\circ$ .  $\angle ODA$  burchakni toping.



- A)  $55^\circ$  B)  $35^\circ$  C)  $100^\circ$  D)  $40^\circ$  E)  $50^\circ$

Yechim: Bu masalaing yechimini quyidagi chizmadan foydalanib tushintiriladi:



$$\begin{aligned}
 2 \cdot 35 + 2 \cdot 40 + 2 \cdot 55 + 2x &= 360 \\
 260 + 2x &= 360 \\
 2x &= 100 \\
 x &= 50
 \end{aligned}$$

**Javob: E)  $50^\circ$**

15.  $\overline{defabc}$  son 6 xonali natural son. Agar  $\overline{defabc}$  sonni 6 ga ko'paytirsak boshqa bir 6 xonali  $\overline{abcdef}$  ko'rinishdagi son chiqadi.  $a+b+c+d+e+f =$  yig'indini toping?  
A)47 B)31 C)27 D)15 E)23

Yechim: Masalaning shartidan quyidagilarni yoza olamiz:

$$\begin{aligned} 1000 \cdot (\overline{abc}) + \overline{def} &= 6 \cdot [1000 \cdot (\overline{def}) + \overline{abc}]; \\ 994 \cdot (\overline{abc}) &= 5999 \cdot (\overline{def}); \\ 142(\overline{abc}) &= 857 \cdot (\overline{def}); \end{aligned}$$

142 va 857 sonlarining 1 dan katta umumiy bo'luvchisi yo'q bo'lganligi uchun,  $\overline{def} = 142$  va  $\overline{abc} = 857$ . Demak,  $a + b + c + d + e + f = 8 + 5 + 7 + 1 + 4 + 2 = 27$ .

**Javob: C)27**

16. Agar  $x > 1$  va  $y$  musbat sonlar  $2007x - 21y = 1923$  tenglama o'rinli bo'lsa,  $2x + 3y$  ning eng kichik qiymatini toping?  
A)5 B)785 C)2043 D)4512 E)2007

Yechim: Berilgan tenglamani ikkala tomonini 3ga bo'lib,  $669x = 7y + 641$  ko'rinishda soddalashtiriladi. Quyidagicha o'zgartirish bajariladi:

$$669(x - 1) = 7(y - 4)$$

$x > 1$  bo'lgani uchun  $y > 4$  bo'ladi. 669 va 7 umumiy 1 dan boshqa bo'luvchiga ega bo'lmaganligi uchun  $x$  va  $y$  larning eng kichik qiymatlari quyidagicha aniqlanadi:  $x - 1 = 7$ ;  $y - 4 = 669$ . Demak,  $x = 8$  va  $y = 673$  ekan. Bundan,

$$2x_{\min} + 3y_{\min} = 2 \cdot 8 + 3 \cdot 673 = 2043$$

**Javob: C)2043**

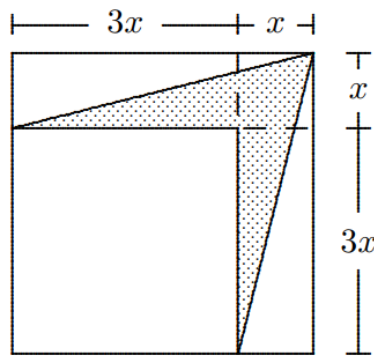
17. Sonning raqamlari yig'indisini toping:  $9999 \dots 99^3$  (bu yerda 9 lardan 2022ta)  
A)36369 B)18198 C)27299 D)258499 E)6066

$$\begin{aligned} \text{Yechim: } 9999 \dots 99^3 &= (10^{2022} - 1)^3 = 10^{6066} - 3 \cdot 10^{4044} + 3 \cdot 10^{2022} - 1 = \\ &= \underbrace{9999 \dots 9}_{2021\text{ta}} \underbrace{7000 \dots 0}_{4044\text{ta}} + 3 \cdot 10^{2022} - 1 = \underbrace{9999 \dots 9}_{2021\text{ta}} \underbrace{7000 \dots 0}_{2021\text{ta}} \underbrace{3000 \dots 0}_{2022\text{ta}} - 1 = \\ &= \underbrace{9999 \dots 9}_{2021\text{ta}} \underbrace{7000 \dots 0}_{2021\text{ta}} \underbrace{2999 \dots 9}_{2022\text{ta}} \end{aligned}$$

Demak,  $9 \cdot 4043 + 7 + 2 = 36369$

**Javob: A) 36369**

18. Quyidagi figuradagi bo'yalgan soxaning yuzini toping.



- A)  $x^2$  B)  $3x^2$  C)  $6x^2$  D)  $7x^2$  E)  $9x^2$

Yechim: Bo'yalgan soxaning yuzini toppish uchun katta kvadratning yuzidan kichkina kvadratning yuzini va 2 ta to'g'ri burchakli uchburchaklarning yuzlarini ayirish lozim. Katta kvadratning yuzi  $4x \cdot 4x = 16x^2$  ga teng. Kichik kvadratning yuzi esa  $3x \cdot 3x = 9x^2$  ga teng. To'g'ri burchakli uchburchakning yuzi esa  $\frac{4x \cdot x}{2} = 2x^2$  ga teng. Demak, bo'yalgan soxaning yuzi  $16x^2 - 9x^2 - 2 \cdot 2x^2 = 3x^2$ .

**Javob: B)  $3x^2$**

19.  $2023^{2023^{2023}}$  sonni oxirgi raqamini toping.

- A)3 B)7 C)9 D)1 E)5

Yechim: 2023 soni darajasining oxirgi raqami 3 raqami darajasining oxirgi raqami bilan bir xil bo'ladi. Demak,  $3^{2023^{2023}}$  ning oxirgi raqamini topsak kifoya. Buning uchun 3 ning darajalarini tekshirib chiqamiz:  $3^1 = 3$ ,  $3^2 = 9$ ,  $3^3 = 27$ ,  $3^4 = 81$ ,  $3^5 = 243$ . Ko'rish mumkinki 3 soni darajalarining oxirgi raqami har ketma-ket 4 ta darajadan keyin qaytarilmoqda, demak, ko'rsatkichni 4 ga bo'lgandagi qoldiqda hisoblangan 3 ning darajasining oxirgi raqami  $3^{2023^{2023}}$  ning oxirgi raqami bilan bir xil ekan. Shuning uchun,  $2023^{2023}$  sonini 4 ga bo'lgandagi qoldiqni topamiz. Bu sonni 4 ga bo'lgandagi qoldiq,  $3^{2023}$  ni 4 ga bo'lgandagi qoldiq bilan bir xil. Bu qoldiqni toppish uchun yana 3 ning darajalarini tekshirib chiqamiz:  $3^1 = 3$   $q = 3$ ,  $3^2 = 9$   $q = 1$ ,  $3^3 = 27$   $q = 3$ . Demak, 3 ning juft darajasini 4 ga bo'lgandagi qoldiq 1 ga teng, toq darajasini 4 ga bo'lgandagi qoldiq 3 ga teng ekan. Bundan  $3^{2023}$  ni 4 ga bo'lgandagi qoldiq 3 ga teng.  $3^3 = 27$  bo'lgani uchun  $3^{2023^{2023}}$  sonining oxirgi raqami 7 ekan.

**Javob: B)7**



20. Aytaylik  $x, y, z$  lar musbat haqiqiy sonlar va  $\frac{y}{x-z} = \frac{x}{y}$  tengliklar o'rinli bo'lsa,  $\frac{x}{y}$  nisbatni qiymatini toping.

A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{3}{5}$  C) 2 D)  $\frac{5}{3}$  E)  $\frac{2}{3}$

Yechim:  $\frac{y}{x-z} = \frac{x}{y} \Rightarrow y^2 = x^2 - xz$ . Huddi shu kabi  $\frac{x+y}{z} = \frac{x}{y} \Rightarrow y^2 = xz - xy$ .

Bularni hisobga olib  $x^2 - 2xz + xy = 0$  ga ega bo'lamiz. Bundan  $x + y = 2z$  kelib chiqadi. Buni masala shartiga qo'ysak:  $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{z} = \frac{2z}{z} = 2$

**Javob: C)2**

21. Soat 3:20 bo'lganda, soat mili va minut mili orasidagi burchakni toping?

Javob: \_\_\_\_\_

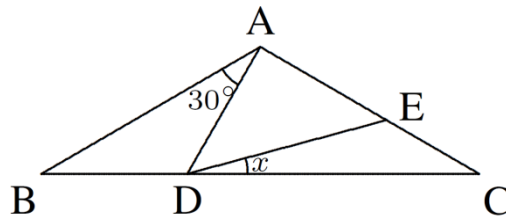
Yechim: Soat 3:20 da soatning minut mili 4 da turadi, lekin soat mili 3 dan biroz 4 ga yaqinlashgan bo'ladi (rasmdagidek).



Soatning shkalalari aylanani 60ta yoyga ajratadi. Bu yoylarni  $a$  debataylik. Butun aylana  $360^\circ$  bo'lgani uchun  $a$  yoylarning har biri  $6^\circ$  dan bo'ladi. Minut mili 60 ta  $a$  yoylarga burilganda soat mili atiga 5 ta  $a$  yoyga burilgan bo'ladi. Demak, minut mili 4 ga kelganda  $a$  yoylarning 20 tasiga burilgan bo'ladi. Bu paytda soat mili  $\frac{5 \cdot 20}{60} = \frac{5}{3}$  ta  $a$  yoyni bosib o'tgan bo'ladi. Ya'ni 3 dan 4 ga qarab  $\frac{5}{3}a$  qism silchigan bo'ladi. Bu degani 4 gacha  $\frac{10}{3}a$  burchak qolganini anglatadi.  $a$  yoy  $6^\circ$  ga teng bo'lgani uchun biz qidirayotgan burchak  $\frac{10}{3} \cdot 6^\circ = 20^\circ$

**Javob: 20°**

22. Quyidagi uchburchakda  $AB = BC$ ,  $AE = AD$  va  $\angle BAD = 30^\circ$  bo'lsa  $\angle CDE$  burchakni toping.



Javob: \_\_\_\_\_

Yechim: Aytaylik,  $\angle CDE = x$  bo'lsin, u holda

$$x = \angle ADC - \angle ADE = \angle ADC - \angle AED = \angle ADC - (x + \angle C);$$

$$x = \frac{1}{2}(\angle ADC - \angle C) = \frac{1}{2}(\angle B + 30^\circ - \angle C) = 15^\circ$$

**Javob:  $15^\circ$**

23. Yig'indini hisoblang  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ .

Javob: \_\_\_\_\_

Yechim:  $(k + 1)^4 = k^4 + 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  formuladan foydalanamiz:

$$(1 + 1)^4 = 1^4 + 4 \cdot 1^3 + 6 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 1$$

$$(2 + 1)^4 = 2^4 + 4 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + 1$$

$$(3 + 1)^4 = 3^4 + 4 \cdot 3^3 + 6 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 + 1$$

...

$$(n + 1)^4 = n^4 + 4 \cdot n^3 + 6 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1$$

Bu ifodalarni hammasini qo'shib quyidagini hosil qilamiz:

$$2^4 + 3^4 + \dots + (n + 1)^4 = 1^4 + 2^4 + \dots + n^4 + 4 \left( \underbrace{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}_S \right) + 6(1^2 + 2^2 + \dots + n^2) + 4(1 + 2 + \dots + n) + n.$$

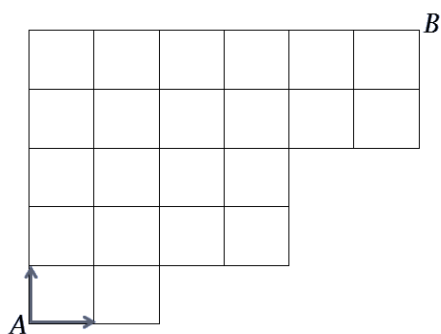
$$4S = (n + 1)^4 - (n + 1) - 6 \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} - 4 \frac{n(n + 1)}{2}$$

$$4S = (n + 1)^2((n + 1)^2 - 1 - 2n) = (n + 1)^2 n^2$$

$$S = \frac{(n + 1)^2 n^2}{4} = \left( \frac{(n + 1)n}{2} \right)^2 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

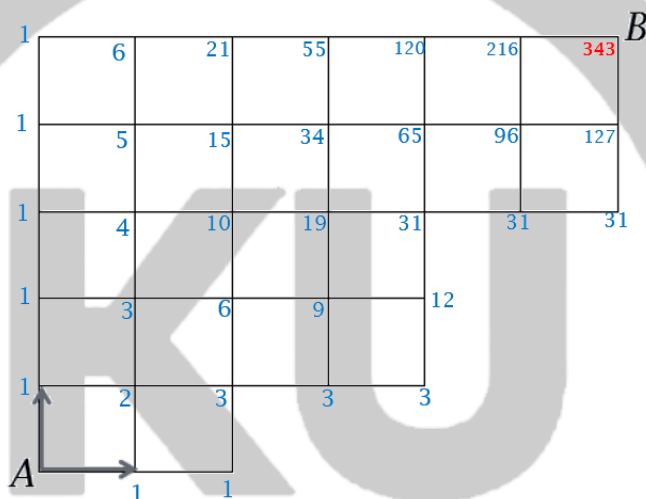
**Javob:  $S = \frac{(n+1)^2 n^2}{4} = \left( \frac{(n+1)n}{2} \right)^2 = (1 + 2 + \dots + n)^2$**

24. Quyida berilgan shaklda A nuqtada chumoli turibdi. Faqat tepaga va o'nga yurish mumkin bo'lsa, chumoli B nuqtaga necha xil usulda boorish mumkin?



Javob: \_\_\_\_\_

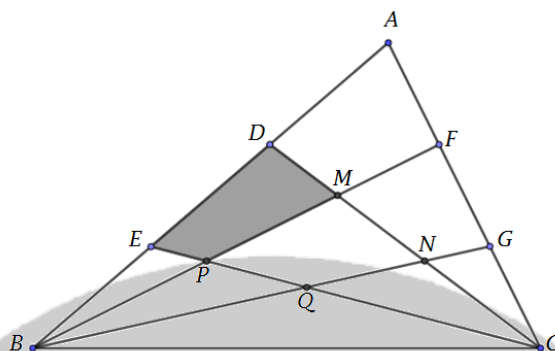
Yechim: Bu masalaning yechilishini quyidagi rasmda tushintirib berilgan:



Bu yerda kvadrat uchlardagi sonlar bu uchlarga A nuqtadan necha xil usulda kelish mumkinligi yozilgan.

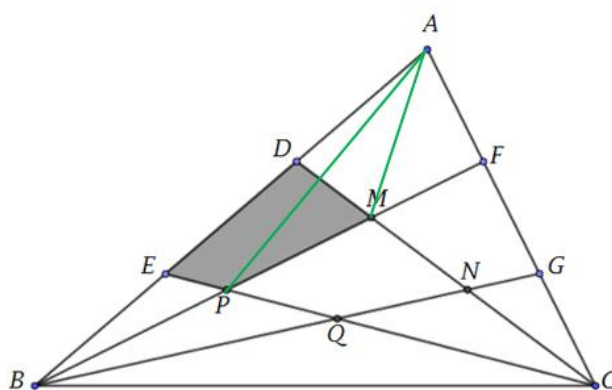
**Javob: 343**

25. Quyidagi rasmda ko'rsatilgan,  $ABC$  uchburchakning yuzi  $84 \text{ sm}^2$ .  $D$  va  $E$  nuqtalari  $AB$  tomonni,  $F$  va  $G$  nuqtalar esa  $AC$  tomonni uchta teng qismga ajratadi.  $CD$  kesma  $BF$  va  $BG$  lar bilan mos ravishda  $M$  va  $N$  nuqtalarida kesishadi.  $CE$  kesma  $BF$  va  $BG$  lar bilan mos ravishda  $P$  va  $Q$  nuqtalarida kesishadi.  $EPMD$  to'rtburchakning yuzini toping.



Javob: \_\_\_\_\_

Yechim:  $A$  va  $M$  nuqtalarni tutashtiramiz.



$E$  va  $D$  nuqtalar  $AB$  tomonni teng uch qismga bo'lgani uchun,  $DMA$  uchburchak yuzi  $BMA$  uchburchak yuzining  $\frac{1}{3}$  ga teng bo'ladi,  $S_{DMA} = \frac{1}{3} S_{BMA}$ . Huddi shunday mulohazani  $MAF$  uchburchak va  $MAC$  uchburchaklar uchun ham qo'llash mumkin, ya'ni  $S_{MAF} = \frac{1}{3} S_{MAC}$ . Shartga ko'ra  $S_{BAF} = S_{CAD} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 28$  tenglikni yoza olamiz.  $S_{DMA} = m$  va  $S_{MAF} = n$  deb belgilasak,

$$\begin{cases} 3m + n = 28 \\ 3n + m = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 7 \\ n = 7 \end{cases}$$

Demak,  $S_{DMA} = 7$  va  $S_{MAF} = 7$ . Bulardan,  $S_{DMFA} = 7 + 7 = 14$

$S_{CEA} = \frac{2}{3} S_{ABC} = 56$  va  $S_{BAF} = \frac{1}{3} S_{ABC} = 28$ . Endi  $S_{BPE} = x$  va  $S_{PFA} = y$  deb belgilaylik, u holda

$$\begin{cases} 3x + y = 28 \\ 3y + 2x = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases}$$

Demak,  $S_{BPE} = 4$  ekan. Shuning uchun,  $S_{EPMD} = S_{BAF} - S_{BPE} - S_{DMFA} = 28 - 4 - 14 = 10$ .

**Javob:  $10 \text{ sm}^2$**

26. Uch kishi bor: bobosi, otasi va o'g'li. Boboning yoshi shunday raqamki agar siz yoshdagi raqamlar tartibini o'zgartirsangiz, otasining yoshi kelib chiqadi. Otasining yoshidagi raqamlarni bir-biriga qo'shganda, o'g'lining yoshi kelib chiqadi. Uchalasining yoshining yig'indisi 144 ga teng. Boboning yoshi 100 yoshdan kichik va juft son. Bobo necha yoshda?

Javob: \_\_\_\_\_

Yechim:

Masala shartiga ko'ra quyidagilarni yozish mumkin:

Boboning yoshi -  $\overline{ab}$ ;

Otaning yoshi -  $\overline{ba}$ ;

O'g'ilning yoshi -  $a + b$ ;

Uchalasining yoshining yig'indisi:  $\overline{ab} + \overline{ba} + a + b = 144$ .

Endi sonning o'nlik yozuvi qoidalariga ko'ra quyidagilarni yozishimiz mumkin:

$$10a + b + 10b + a + a + b = 144$$

$$12a + 12b = 144$$

$$a + b = 12.$$

Bu shartlarni qanoatlantiruvchi a va b sonlar juftliklarini yozib chiqaylik, bular, (1;11), (2;10); (3;9), (4;8), (5;7), (6,6).

Endi Boboning yoshi 100 yoshdan kichik va juft son ekanligini hamda uning yoshidagi raqamlar o'rinlarini almashtirganimizda otaning Yoshi kelib chiqishini inobatga olsak, bu juftliklardan (4;8) qoladi. Demak, boboning yoshi 84 da, otaning yoshi 48 da hamda nabiraning yoshi 12 da ekan.

**Javob: Bobo 84 yoshda**

27. Agar  $a + b = 1$  va  $a^2 + b^2 = 2$  ifodalar o'rinli bo'lsa  $a^7 + b^7$  ifodaning qiymatini toping.

Javob: \_\_\_\_\_

Yechim: Dastlab,  $ab$  ko'paytmaning qiymatini hisoblaylik:

$$(a + b)^2 - 2ab = 2$$

$$1 - 2ab = 2$$

$$ab = -\frac{1}{2}$$

Endi, keltirish formulalaridan foydalanib quyidagini yozamiz:

$$(a^3 + b^3)(a^4 + b^4) = a^7 + b^7 - (ab)^3(a + b)$$

$$a^7 + b^7 = (a^3 + b^3)(a^4 + b^4) - (ab)^3(a + b)$$

$$(a^3 + b^3) = (a + b)((a + b)^2 - ab)$$

$$(a^4 + b^4) = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$$

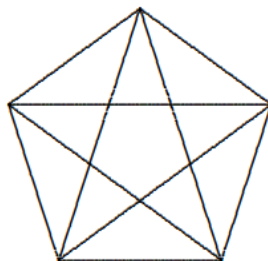
$$a^7 + b^7 = [(a + b)((a + b)^2 - ab)][(a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2] - (ab)^3(a + b)$$

Nihoyat, mos son qiymatlarini ifodaga qo'yamiz:

$$\begin{aligned} a^7 + b^7 &= \left[ 1 \times \left( 2^2 - \left( -\frac{1}{2} \right) \right) \right] \times \left[ (2)^2 - 2 \left( -\frac{1}{2} \right)^2 \right] - \left( -\frac{1}{2} \right)^3 \times 1 \\ &= \left[ \frac{5}{2} \right] \times \left[ 4 - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{8} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{2} + \frac{1}{8} = \frac{35}{4} + \frac{1}{8} \\ &= \frac{71}{8} \end{aligned}$$

**Javob:**  $\frac{71}{8}$ .

28. Quyidagi rasmda nechta teng yonli uchburchaklarni topish mumkin?



Javob: \_\_\_\_\_

Quyidagi

a)-rasmda ko'rsatilgan uchburchakga mos keladigan 5 ta uchburchak;

b)-rasmdagiga 5 tasi mos va hokazo. Hammasi bo'lib 25 ta teng yonli uchburchaklar mavjud.



a)



b)



c)



d)



e)

**Javob: 25 ta**

29. Ikkita ishchi birgalikda ma'lum ishni 18 kunda bajaradi. Agar bu ishning yarimini birinchi ishchining o'zi qolgan yarimini ikkinchi ishchining o'zi bajarsa 48 kun ketadi. Bir ishchi ikkinchi ishchidan necha marta tez ishlaydi?

Javob: \_\_\_\_\_

Quyidagi belgilashlarni kiritib olaylik:

$a, b$ - ishchilarning tezliklari;

$S$ - ish hajmi.

Masala shartini qanoatlantiruvchi quyidagi tenglamalar sistemasini tuzib olamiz:

$$\begin{cases} \frac{S}{a+b} = 18 \\ \frac{S}{2a} + \frac{S}{2b} = 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S \left( \frac{1}{a+b} \right) = 18 \\ S \left( \frac{b+a}{2ab} \right) = 48 \end{cases}$$

$$S = 18(a+b) \Rightarrow (18(a+b)) \left( \frac{b+a}{2ab} \right) = 48$$

Tegishli soddalashtirishlarni amalga oshirsak:

$$\frac{(a+b)^2}{ab} = \frac{16}{3}$$

Bundan,

$$\begin{cases} (a+b)^2 = 16 \\ ab = 3 \end{cases}$$

Sistemani qanoatlantiruvchi  $a$  va  $b$  sonlarni tanlash usulida ham topishimiz mumkin, bular  $a = 1$  va  $b = 3$ , bundan  $\frac{1}{3}$  yoki  $\frac{3}{1} = 3$ .

**Javob: Bundan xulosa qilishimiz mumkinki, bir ishchi ikkinchisidan 3 marta katta tezlikda ishlaydi.**



30. 1,2,3,...,100 to'plamdagi nechta  $n$  son uchun  $n^n$  soni qandaydir natural sonning to'liq kvadratiga teng bo'ladi

Javob: \_\_\_\_\_

Yechim: Berilgan to'plamdagi sonlar ichidagi barcha juft sonlarni  $n^n$  ga qo'ysak, ular biror sonning kvadrati bo'ladi. Shuningdek 1, 9, 25, 49, 81 sonlari toq bo'lsada ular 1, 3, 5, 7 va 9 sonlarining kvadrati bo'lganligi uchun ular ham masala shartini qanoatlantiradi. Demak, 1,2,3,...,100 sonlar to'plamida jufta sonlar 50 ta hamda yuqoridagi toq sonlarni ham sanasak 5ta qo'shiladi. Shunday qilib javob:  $50+5=55$ .

**Javob: 55 ta**

